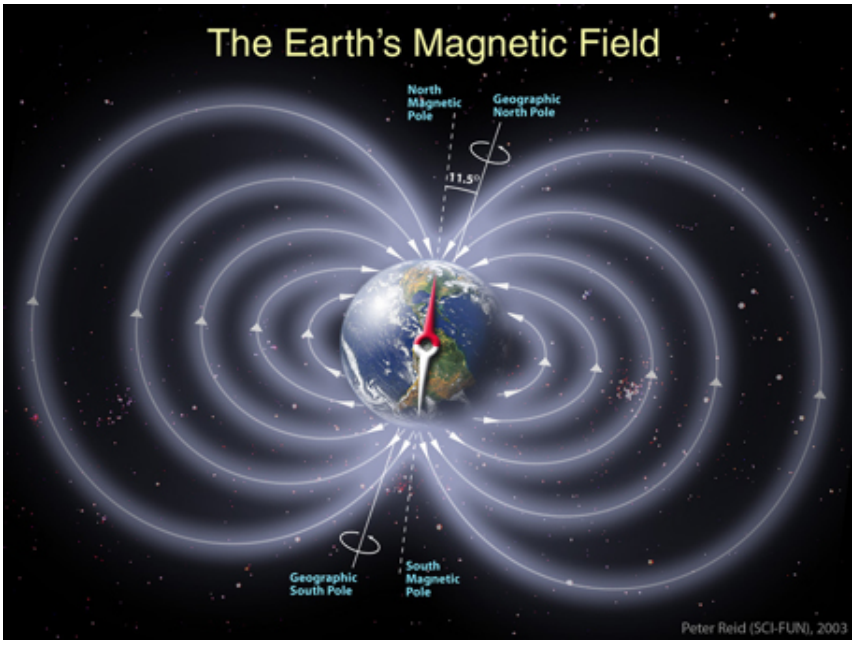
Université Paris-Sud 11
PCS0 (2010-2012)

Enseignant : Antonin Coutant
(Dernière mise à jour : 15 décembre 2013)

Cours :

Electrostatique et magnétostatique



Comprendre le monde,
construire l'avenir®

Table des matières

1 Approche qualitative du phénomène **4**
1.1 Premiers pas . . . 4
1.1.1 Expériences . . . 4
1.1.2 Notion de charge électrique . . . 4
1.2 Composition de la matière . . . 5
1.3 Les porteurs de charge . . . 5
1.4 Nature des matériaux : conducteurs et isolants . . . 6
1.4.1 Les conducteurs . . . 6
1.4.2 Les isolants . . . 7
1.5 Influence électrostatique . . . 7

2 Force de Coulomb **9**
2.1 Rappels mathématiques . . . 9
2.1.1 Vecteurs de l'espace, du plan . . . 9
2.1.2 Manipuler des vecteurs . . . 10
2.2 Loi de Coulomb . . . 11
2.2.1 2 charges ponctuelles . . . 11
2.2.2 Ensemble de charges . . . 12
2.2.3 Analogie avec la loi de la gravitation universelle . . . 12

3 Le champ électrique **13**
3.1 Méthodes et calcul d'un champ électrique . . . 13
3.1.1 1 particule . . . 14
3.1.2 Ensemble de particules . . . 14
3.1.3 Principe de superposition . . . 14
3.1.4 Symétries . . . 15
3.1.5 Exemple du condensateur . . . 16
3.2 Lignes de champ . . . 16
3.3 Mouvement d'une charge dans un champ électrique . . . 16
3.3.1 Champ électrique uniforme . . . 17

4 potentiel électrostatique **18**
4.1 Introduction . . . 18
4.2 Calcul du potentiel . . . 18
4.2.1 Cas général . . . 18
4.2.2 Cas simples . . . 19
4.2.3 Potentiel créé par 1 charge . . . 19
4.2.4 Potentiel créé par plusieurs charges . . . 20

4.2.5 Exemple du condensateur . . . 20
4.2.6 Surfaces équipotentielles . . . 20
4.3 Dynamique dans un potentiel électrostatique . . . 21

5 Magnétisme **22**
5.1 Premiers pas . . . 22
5.1.1 Aimant . . . 22
5.1.2 La boussole . . . 22
5.1.3 Electroaimant . . . 23
5.2 Champ magnétique . . . 23
5.2.1 définition . . . 23
5.2.2 Lignes de champ . . . 23
5.2.3 Propriétés mathématiques . . . 24
5.2.4 Exemples importants . . . 25
5.3 Force magnétique sur une charge . . . 27
5.3.1 Force de Lorentz . . . 27
5.3.2 Mouvement d'une charge dans un champ magnétique uniforme . . . 27
5.3.3 Energie . . . 28
5.4 Aimantation de la matière . . . 28
5.4.1 Modèle de Bohr . . . 28
5.4.2 Matière ordinaire . . . 30
5.4.3 Matière aimantée . . . 30

A Mise en évidence expérimentale d'un champ électrique **32**

Chapitre 1

Approche qualitative du phénomène

1.1 Premiers pas

Qu'est-ce qu'un phénomène électrostatique ?

Ce type d'effet se rencontre dans la vie de tous les jours. Lorsque l'on se coiffe, les cheveux « collent »au peigne. Un ballon frotté sur un pull attire un morceau de papier.

Comment expliquer ces phénomènes ? Qu'ont-ils en commun ?

1.1.1 Expériences

Livrons-nous à quelques petites expériences. Si je frotte une règle en plexiglas avec une peau de chat, la règle attire des petits morceaux de papier. Si je ne l'ai pas frottée auparavant, rien ne se passe. Les propriétés physiques ont donc changé ! On dit que la règle est électrisée. On se demande maintenant comment interagissent 2 objets électrisés. Pour cela, on approche 2 règles identiques électrisées, celles-ci se repoussent. Par contre, une baguette de verre frottée avec de la soie attire la règle. De même, 2 baguettes de verre électrisées avec de la soie se repoussent. On en conclut donc qu'il existe 2 sortes d'électrisation : on les différencie arbitrairement par un signe + ou −.

1.1.2 Notion de charge électrique

L'interaction que nous venons de mettre en évidence peut être plus ou moins prononcée pour 2 mêmes objets. Ceci laisse à penser qu'il est possible d'électriser plus ou moins fortement. Pour quantifier ce « taux d'életrisation », on parle de **charge électrique**. Plus un objet est chargé, plus il engendrera d'effets électrostatiques importants. Cette grandeur physique possède une unité propre appelée Coulomb notée C.

Le botaniste français Charles Dufay fut le premier à étudier ces interactions et il établît la règle fondamentale (voir Fig. 1.1.2) :
- 2 objets de charges de même signes se repoussent.
- 2 objets de charges opposées s'attirent.

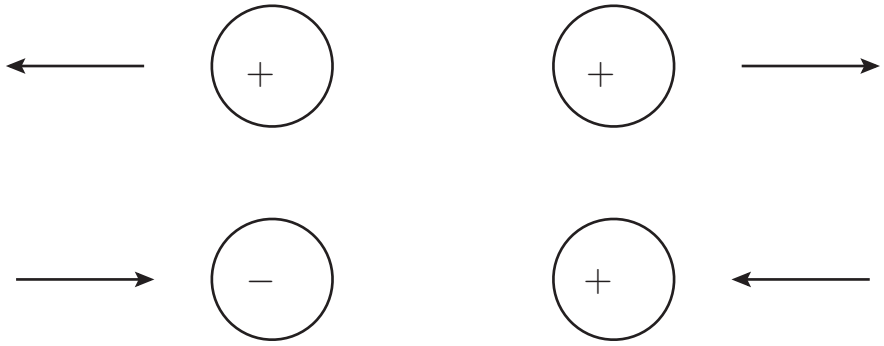


FIG. 1.1 – Règle des signes en électrostatique.

1.2 Composition de la matière

Afin de bien comprendre l'électrostatique, il convient de se demander d'où proviennent les charges mises en jeu. Pour cela, nous allons exploiter nos connaissances sur la composition élémentaire de la matière.

La matière est composée de « briques élémentaires » appelées atomes. Un atome est formé par un **noyau**, et tournant autour de lui, plusieurs **électrons**.

- **Le noyau :** il est lui-même formé de particules plus petites, les **neutrons** qui ne portent pas de charge électrique, et les **protons**, chacun porteur d'une charge $+e$. Le noyau est donc chargé $+Ze$, où Z est le numéro atomique entre autre donné par la classification périodique des éléments.
- **Les électrons :** sont eux chargés négativement $-e$. Notons un fait important : la charge du proton est exactement l'opposée de la charge de l'électron. De plus, tout objet étant composé d'un nombre entier d'atomes, sa charge (totale) ne peut être qu'un multiple de la charge e dite élémentaire. Numériquement, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} C$.

Par défaut, un atome, ou une molécule (assemblage de plusieurs atomes) est **neutre**. Cela signifie que sa charge totale vaut 0, donc qu'il possède autant de protons que d'électrons. Ceci explique que la matière est généralement **neutre**. On comprend maintenant mieux le phénomène d'électrisation : cela consiste à arracher ou à donner des charges à un objet, initialement neutre.

Cependant, il existe également des atomes ou molécules chargés. Ceux-ci sont appelés **ions**. Lorsqu'ils possèdent plus de protons que d'électrons, ils sont chargés positivement (cations), à l'inverse, lorsqu'ils possèdent plus d'électrons que de protons, ils sont chargés négativement (anions). Cependant, les ions sont en général associés entre anions et cations de telle sorte que la matière reste globalement neutre.

1.3 Les porteurs de charge

Il se pose maintenant une question importante : lorsque l'on électrise un objet, quelles sont les charges transférées ? Sont-ce les électrons ou les protons qui sont échangés ? On distingue en effet les charges fixes, solidaires d'un objet, et les **porteurs de charge**, qui peuvent se mouvoir d'un objet ou d'un endroit à un autre.

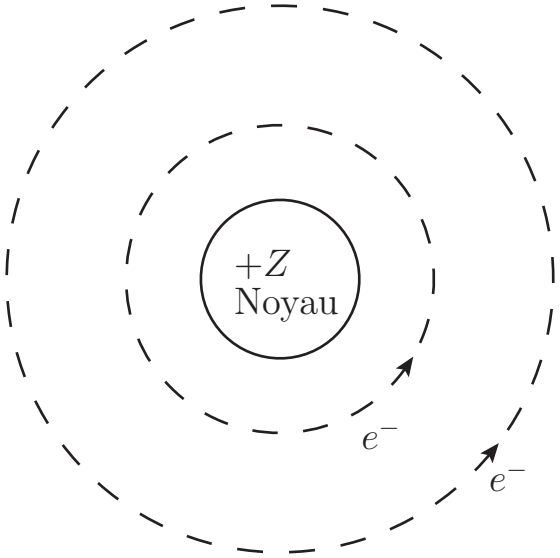


FIG. 1.2 – Représentation schématique d'un atome. Des électrons chargés $-e$ tournent autour d'un noyau chargé $+Ze$.

- Au sein d'un atome, le noyau est beaucoup plus lourd que les électrons ($\sim$ 1800 fois plus). Seuls les électrons sont donc capables de se déplacer, ce sont eux les porteurs de charge dans la matière. On distingue 2 types d'électrons, les électrons libres, pouvant se déplacer sans contrainte, et les électrons liés, condamnés à rester autour de l'atome auquel ils appartiennent.
- Il se peut également que des ions jouent le rôle de porteurs. En effet, en solution (*e.g.* aqueuse), ceux-ci peuvent se déplacer dans le liquide, transportant ainsi leur charge.

1.4 Nature des matériaux : conducteurs et isolants

Les porteurs de charge ne peuvent pas forcément se déplacer facilement. Selon le milieu dans lequel ils évoluent, ils sont contraints de rester immobiles ou non. On introduit donc 2 types essentiels de comportement de la matière :

1.4.1 Les conducteurs

Dans un conducteur, les porteurs de charge se déplacent très facilement. Ils peuvent aller d'un bout à l'autre de l'objet. Cependant, en général, ils se répartissent de manière uniforme, assurant la **neutralité** du conducteur. En effet, les porteurs se repoussent mutuellement du fait de leurs charges de même signe, et tendent donc à s'éloigner les uns des autres, ce qui les conduit à se répartir de manière égale au sein du milieu. Voici quelques exemples typiques de milieu conducteur :

- Les métaux. Les porteurs de charge sont ici les électrons. Les exemples sont nombreux : Cuivre, Aluminium, Fer...
- Les solutions ioniques. Due à leur nature liquide, les ions peuvent se déplacer en leur sein. Exemples : eau salée (ions Na^+ et Cl^-), eau acide (*e.g.* jus de citron)...

1.4.2 Les isolants

Appelés aussi **diélectriques**. Contrairement aux métaux, les électrons sont piégés autour des noyaux et ne peuvent se déplacer d'un atome à l'autre. Par contre, ils peuvent se masser d'un côté du noyau, créant une dissymétrie de charge, on parle de **polarisation**.

Parmi les exemples classiques, on trouve les plastiques, bois, eau distillée...

1.5 Influence électrostatique

L'électrostatique provient de l'interaction entre corps chargés. Cependant, grâce à la présence de charges microscopiques dans la matière, il est aussi possible d'interagir avec des objets neutres. Si nous approchons une baguette chargée d'une bille en métal sans la toucher, cette dernière est attirée par la baguette. Comment expliquer cela ? Raisonnons comme si la baguette était chargée positivement. Elle attire donc les électrons du métal vers elle. Ceux-ci étant dans un **conducteur**, ils peuvent se déplacer du côté de la bille où se trouve la baguette. Il y aura donc un excès de charge $-$ vers la baguette, et un excès de charge $+$ de l'autre côté. La force électrostatique étant dominante sur les charges les plus proches, la baguette exerce une force globale attractive.

Ce phénomène de réorganisation des charges sous l'effet d'un corps chargé est appelé **influence électrostatique**. On dit que le conducteur est polarisé. On peut aller plus loin et utiliser cet effet pour charger un corps. Imaginons maintenant que l'on approche notre baguette de 2 tiges métalliques en contact. Les charges $-$ se concentrent dans l'une d'entre elles (celle proche de la baguette) et les charges $+$ dans l'autre. Si l'on rompt le contact, chacune des deux tiges restera chargée, même après retrait de la baguette. En effet, les électrons ne peuvent plus se déplacer d'une baguette à l'autre pour équilibrer les charges. Bien sur, comme les 2 tiges étaient initialement neutres, les charges portées après l'expérience seront exactement opposées. On parle d'électrisation par **influence**.

L'influence est également réalisable sur des **isolants**. En effet, les électrons ne peuvent plus se déplacer, mais peuvent se concentrer sur un côté de chaque atome. Aux bords, il y aura donc un léger excès de charge, ce qui permet des interactions électrostatiques. Ceci explique qu'un objet chargé attire des petits bouts de papier, ou des cheveux. Par contre, l'influence sur un isolant est bien plus faible que sur un conducteur. Ceci explique que l'on n'observe ce phénomène que pour des diélectriques très légers.

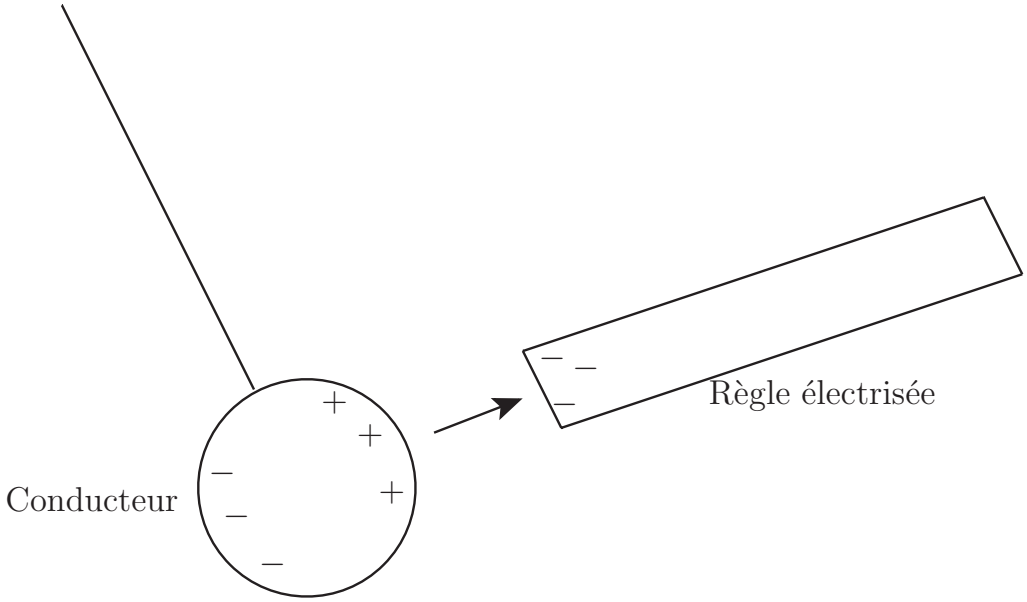


FIG. 1.3 – Représentation d'une expérience d'influence. Les charges se répartissent au sein du conducteur sous l'effet de la règle électrisée. Il en résulte une force d'attraction s'exerçant sur la sphère.

Chapitre 2

Force de Coulomb

Depuis Newton, nous savons que pour faire bouger des objets au repos, il faut exercer sur eux une **force**. Quelle est la nature de la force en jeu ici ? Il s'agit de ce qu'on appelle **la force électrostatique**. Coulomb fut le premier à proposer une loi pour décrire précisément cette force.

2.1 Rappels mathématiques

En mécanique, on représente une force par un **vecteur**. Nous allons faire ici quelques rappels de base sur cette notion.

2.1.1 Vecteurs de l'espace, du plan

Un vecteur est un objet géométrique représenté par une flèche dans l'espace ou le plan. Il est caractérisé par 3 notions :

- Sa direction,
- Son sens (indiqué par la pointe de la flèche)
- Son intensité (représenté via la longueur du vecteur).

Cet objet est un outil essentiel pour le physicien et permet de représenter de nombreux concepts de façon précise. On retiendra par exemple la vitesse ou l'accélération (en cinétique), les forces (en dynamique), et plus tard les **champs** (électrique et magnétique). Mathématiquement, on le représente par 3 nombres (2 nombres dans le plan)

$$\overrightarrow{u} = (x; y; z) \tag{2.1}$$

Exemple :

$$\overrightarrow{u}_{\text{ex}} = (1; 2; 0). \tag{2.2}$$

Pour calculer la longueur d'un vecteur, appelée norme, on utilisera

$$||\overrightarrow{u}||^2 = x^2 + y^2 + z^2. \tag{2.3}$$

La norme se manipule le plus souvent en utilisant les propriétés suivantes.

$$\forall \lambda \in \mathbb{R}, ||\lambda \overrightarrow{u}|| = |\lambda| ||\overrightarrow{u}||. \tag{2.4}$$

De plus, si $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont 2 vecteurs orthogonaux (perpendiculaires) :

$$||\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}||^2 = ||\overrightarrow{u}||^2 + ||\overrightarrow{v}||^2. \tag{2.5}$$

On fera bien attention à la présence des carrés dans cette égalité. Cette présence s'explique naturellement lorsqu'on constate que cette formule n'est rien d'autre que le théorème de Pythagore !

Remarque : Attention, un vecteur n'est pas un nombre. On prendra garde lorsqu'on écrit une égalité que les deux membres aient bien la même nature, *i.e.* un vecteur égal un vecteur ou un nombre égal un nombre mais **pas** un vecteur égal un nombre.

2.1.2 Manipuler des vecteurs

En pratique, on utilisera souvent la notion de **base** pour décomposer un vecteur. Prenons l'exemple du plan. On commence par choisir 2 vecteurs de base, que l'on notera (par convention) $\overrightarrow{e_x}$ et $\overrightarrow{e_y}$.

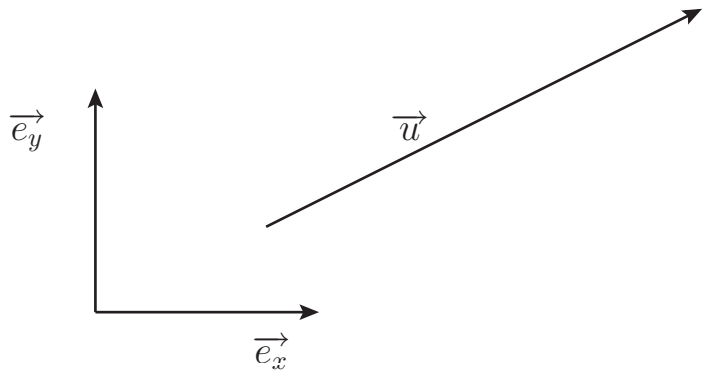


FIG. 2.1 – Base dans le plan.

Les vecteurs de base ont comme propriétés fondamentales d'être de norme 1 (ils sont unitaires) et d'être orthogonaux entre eux.

$$||\overrightarrow{e_x}||^2 = 1, \qquad ||\overrightarrow{e_y}||^2 = 1, \qquad \text{et } \overrightarrow{e_x} \cdot \overrightarrow{e_y} = 0. \tag{2.6}$$

On décompose alors tout vecteur comme somme pondérée, ou combinaison linéaire des vecteurs de base.

$$\overrightarrow{u} = (x; y) = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y}. \tag{2.7}$$

Exemple :

$$\overrightarrow{u}_{\text{ex}} = (1; 2) = \overrightarrow{e_x} + 2\overrightarrow{e_y}. \tag{2.8}$$

Remarque 1 : On prendra soin de **toujours choisir** une base lorsque l'on veut utiliser des vecteurs.
Remarque 2 : Un vecteur n'a pas de **signe**, mais un **sens**. Par contre, sa **composante** selon $\overrightarrow{e_x}$ (ou $\overrightarrow{e_y}$) peut être négative, ce qui signifie que le vecteur est de sens opposé par rapport à $\overrightarrow{e_x}$.
Remarque 3 : On utilise également d'autres notations pour décrire un vecteur, comme par exemple

$$\overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}. \tag{2.9}$$

Il est important de souligner que cette notation n'est **rien d'autre** que

$$\overrightarrow{u} = x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y}. \tag{2.10}$$

Autrement dit, la notation en colonne indique les **composantes** de $\overrightarrow{u}$ dans la base $(\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y})$. Cependant, on préfèrera la notation vecteur (2.10), car on sait alors explicitement **quelle base** est utilisée, alors que la notation colonne sous-entend que l'on s'est mis d'accord sur la base utilisée par avance.

2.2 Loi de Coulomb

En 1785, Coulomb proposa une loi qui porte maintenant son nom, et est encore utilisée quotidiennement.

2.2.1 2 charges ponctuelles

Considérons 2 charges ponctuelles, l'une située en A et l'autre en B. Elles portent une charge notée respectivement q_A et q_B. La force exercée **par** A **sur** B se dirige dans la direction formée par la droite (A, B). Son intensité est proportionnelle au produit des charges et à l'inverse du carré de la distance. Son sens dépend des charges et indique si la force est répulsive ou attractive. Mathématiquement, on décrit cela en écrivant le vecteur force :

$$\overrightarrow{F}_{A\to B} = k\frac{q_A q_B}{r^2}\overrightarrow{e_r}, \tag{2.11}$$

avec $r = ||\overrightarrow{AB}||$ (distance entre A et B) et

$$\overrightarrow{e_r} = \overrightarrow{e_{AB}} = \frac{\overrightarrow{AB}}{||\overrightarrow{AB}||}. \tag{2.12}$$

Le vecteur $\overrightarrow{e_r}$ est appelé vecteur **radial**, c'est l'unique vecteur unitaire qui va **de** A **vers** B. Le nombre k est une constante, appelée constante de Coulomb. On la relie souvent à la constante universelle ϵ_0 qui est la permittivité diélectrique du vide :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}. \tag{2.13}$$

Sa valeur numérique est connue :

$$k = 9 \cdot 10^9 \pm 0.1 \quad N \cdot m^2 \cdot C^{-2}. \tag{2.14}$$

On constate que (par construction), $\overrightarrow{e_r}$ est de norme 1. L'intensité est donc donnée par

$$F_{A\to B} = k\frac{|q_A||q_B|}{r^2}. \tag{2.15}$$

Dans certains cas, on préfèrera ne pas faire intervenir le vecteur $\overrightarrow{e_r}$, on peut alors réécrire la loi de Coulomb sous la forme

$$\overrightarrow{F}_{A\to B} = k\frac{q_A q_B}{||\overrightarrow{AB}||^3}\overrightarrow{AB}, \tag{2.16}$$

Un point capital est que cette loi est bien compatible avec **le principe d'action réciproque**, ou troisième loi de Newton. En effet, on peut par cette même formule obtenir la force exercée par B sur A et vérifier

$$\overrightarrow{F}_{B\to A} = -\overrightarrow{F}_{A\to B}. \tag{2.17}$$

Remarque : En utilisant (2.12), on voit immédiatement que (2.11) et (2.16) sont équivalentes. On prendra garde cependant de ne pas se laisser piéger par la puissance 3 de (2.16), en effet,

$$\frac{1}{||\overrightarrow{AB}||^3} = \frac{1}{r^3} \qquad \text{mais} \qquad \overrightarrow{AB} = r\overrightarrow{e_r} \qquad \text{donc on a bien} \qquad F \sim \frac{1}{r^2}. \tag{2.18}$$

2.2.2 Ensemble de charges

Que se passe-t-il maintenant si notre charge B est à proximité d'un ensemble compliqué de charges. Imaginons donc que N charges q_i ($i = 1..N$) soient situées en les points A_i. La force totale que subit B est donnée par :

$$\overrightarrow{F}_{\text{tot}\to B} = \sum_{i=1}^{N} k\frac{q_B q_i}{||\overrightarrow{A_iB}||^3}\overrightarrow{A_iB}. \tag{2.19}$$

Autrement dit, la charge A subit la **somme** des forces engendrées par chacune des charges B_i. Cette formule s'appelle parfois **principe de superposition**, et est **essentielle** en électrostatique, et plus généralement en électromagnétisme.

2.2.3 Analogie avec la loi de la gravitation universelle

On constate que la loi de Coulomb est très similaire à la loi de Newton pour la force gravitationnelle. En effet, ces deux interactions décroissent comme le carré de a distance ($\sim 1/r^2$). De plus on peut établir un « dictionnaire » entre les différentes constantes pour passer de l'une à l'autre :

Force électrique	Force de gravitation	(2.20)
k	$-G$	(2.21)
q (charge)	m (masse)	(2.22)
$\overrightarrow{F}_{B\to A} = k\frac{q_A q_B}{r^2}\overrightarrow{e_r}$	$\overrightarrow{F}_{B\to A} = -G\frac{m_A m_B}{r^2}\overrightarrow{e_r}.$	(2.23)

Mathématiquement, ces interactions sont donc presque identiques. Par exemple, le mouvement d'une charge subissant une force attractive par une autre charge est le même que celui d'une masse attirée par une autre masse. De plus, lorsqu'on introduira la notion de **champ**, on verra que le calcul d'un champ électrostatique est le même que celui d'un champ gravitationnel.

Cependant, malgré leurs similarités, ces 2 interactions diffèrent sur d'importants points physiques :

- Les charges électriques peuvent être positives ou négatives. Une masse est toujours positive.
- 2 charges identiques se repoussent. La gravitation est, elle, toujours attractive.
- A l'échelle microscopique, leurs intensités diffèrent de 43 ordres de grandeur !

Ceci suffit à expliquer les différences majeures qui existent entre les manifestations physiques de ces 2 interactions.

Chapitre 3

Le champ électrique

Imaginons une répartition compliquée de charges dans l'espace. On lance dans cette configuration, une particule test, de charge q connue. Que ressent cette particule ? Selon l'endroit ou elle se trouve, elle sera attirée et repoussée par les charges environnantes, d'autant plus fortement que les charges seront proches. En chaque point de l'espace, elle ressentira donc une force proportionnelle à q, qui la poussera vers telle ou telle direction. Finalement, notre charge test « ne voit pas »pas vraiment les autres charges, elle « ressent »plutôt une force dépendant de l'endroit ou elle se trouve. Pour mieux comprendre la force induite par la répartition de charge, on va donc se placer au maximum du point de vue de notre particule test. En tout point de l'espace, « se trouve »une force proportionnelle à q. On introduit donc la notion de **champ électrique** :

$$\overrightarrow{E}(x,y,z) = \frac{1}{q}\overrightarrow{F}. \tag{3.1}$$

Ce champ est littéralement ce que voit la particule au point où elle se trouve. De plus, en divisant par la charge test, la notion de champ devient **indépendante** de la particule test (ou plus généralement l'appareil de mesure) utilisée. Le champ électrique en un point ne dépend que des charges réparties dans l'espace.

Le champ est une entité physique abstraite, mais qui permet de supprimer le concept d'action à distance. En effet, au lieu de penser que notre particule test subit des forces à distance de la part des autres charges, c'est la répartition de charge qui « modifie »les propriétés de l'espace environnant. L'espace « se remplit »d'un champ électrique, et une particule test chargée se déplaçant ressent uniquement le champ **au point ou elle se trouve**. Elle ne ressent donc pas d'influence à distance. Plus précisément, l'interaction entre charges se fait **localement**, mais par l'intermédiaire du **champ électrique**.

Le champ électrique s'exprime en $N.C^{-1}$ ou, plus couramment, en $V.m^{-1}$.

3.1 Méthodes et calcul d'un champ électrique

En pratique, on ne calcule **jamais** un champ électrique en utilisant la formule (3.1), qui est là pour comprendre le concept. Au contraire, on va établir des formules qui se basent sur la répartition des charges. En particulier, il y a une version champ électrique de la loi de Coulomb.

3.1.1 1 particule

Grâce à la formule de Coulomb, il est facile de calculer le champ électrique lorsque la répartition de charges est réduite à une seule charge Q. En effet, par définition du champ on a, en tout point M de l'espace

$$\overrightarrow{E}(M) = k\frac{Q}{r^2}\overrightarrow{u}_r(M). \tag{3.2}$$

Cependant, dans cette formule, il nous faut faire très attention au fait que le vecteur unitaire u_r **dépend** du point M où l'on désire calculer le champ. En effet, la formule précédente fait appel à ce qu'on appelle les **coordonnées sphériques**. Mais ce résultat peut aussi être exprimé en **coordonnées cartésiennes**. Si le point M est repéré par les coordonnées (x, y, z), et la charge Q est à l'origine O, on a

$$\overrightarrow{E}(M) = k\frac{Q}{x^2+y^2+z^2} \cdot \frac{x\overrightarrow{e_x} + y\overrightarrow{e_y} + z\overrightarrow{e_z}}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}. \tag{3.3}$$

Ces coordonnées sont plus simples conceptuellement, mais donnent souvent lieu (mais pas toujours) à des formules compliquées. On peut également n'utiliser que des points et des vecteurs de l'espace, comme pour la formule de Coulomb :

$$\overrightarrow{E}(M) = k\frac{Q}{||OM||^3}\overrightarrow{OM}. \tag{3.4}$$

3.1.2 Ensemble de particules

De même, la loi de Coulomb nous permet de calculer le champ créé par une répartition d'un nombre fini de charges placées en les points A_i :

$$\overrightarrow{E}(M) = \sum_{i=1}^{N} k\frac{q_i}{||\overrightarrow{A_iM}||^3}\overrightarrow{A_iM}. \tag{3.5}$$

3.1.3 Principe de superposition

Bien que très générale, la formule précédente est souvent très difficile à utiliser. Par contre, on peut s'en servir pour montrer un principe général, plus pratique.

Considérons 2 répartitions de charges, notées 1 et 2. Imaginons que l'on sache calculer $\overrightarrow{E}_1$ pour la répartition 1, et $\overrightarrow{E}_2$ pour la répartition 2. Que peut-on dire du cas où la répartition est composée de 1 et 2 à la fois ? Facile, le champ créé sera simplement

$$\overrightarrow{E}(M) = \overrightarrow{E}_1(M) + \overrightarrow{E}_2(M). \tag{3.6}$$

On appelle cette propriété **principe de superposition**. En pratique, il est très utile car il permet de décomposer une répartition compliquée en combinaisons de sous-répartitions plus simples.

3.1.4 Symétries

Une autre propriété importante du champ électrique est son lien avec les **symétries** du problème. En effet, si la répartition de charges possède une certaine **symétrie**, le champ créé possède **cette même symétrie**.

En pratique, on considérera l'exemple fondamental où S est une symétrie par rapport à un plan $\mathcal{P}$ dans l'espace (ou par rapport à un axe $\mathcal{D}$ dans le plan). On distingue alors 2 types de symétries.

Symetrie positive

On suppose que la répartition de charges est **symétrique**. Cela signifie que si A est un point du plan où se trouve une particule de charge q, alors au point image A' par S se trouve une particule de même charge q. On en déduit une propriété importante sur le champ $\overrightarrow{E}$ engendré : pour tout M et M' son image :

$$S \cdot \overrightarrow{E}(M) = \overrightarrow{E}(M'). \tag{3.7}$$

Autrement dit, le symétrique du champ en M est égal au champ en M'.

En particulier, en tout point M **dans** le plan $\mathcal{P}$, $\overrightarrow{E}(M)$ est **parallèle** au plan.

Symétrie négative ou anti-symétrie

On suppose que la répartition de charges est **anti-symétrique**. Cela signifie que si A est un point du plan où se trouve une particule de charge q, alors au point image A' par S se trouve une particule de charge $-q$. On en déduit une propriété importante sur le champ $\overrightarrow{E}$ engendré : pour tout M et M' son image :

$$S \cdot \overrightarrow{E}(M) = -\overrightarrow{E}(M'). \tag{3.8}$$

Autrement dit, le symétrique du champ en M est égal au champ en M'.

En particulier, en tout point M **dans** le plan $\mathcal{P}$, $\overrightarrow{E}(M)$ est **perpendiculaire** au plan.

Invariances

Un autre exemple important est l'invariance par translation. Si la répartition de charges est inchangée lors que l'on se déplace dans la direction Oz, alors on a

$$\overrightarrow{E}(M) = \overrightarrow{E}(x, y), \tag{3.9}$$

le champ est indépendant de la coordonnée z.

Les propriétés de symétrie sont capitales en physique. Elles ne concernent pas seulement l'électrostatique. C'est un principe fondamental en physique, dit **principe de Curie** :

Tout effet physique possède au moins les symétries de sa cause.

3.1.5 Exemple du condensateur

Un exemple important de champ électrique est celui qui se trouve entre 2 plaques conductrices chargées. En effet, on montre (admis) que le champ y est uniforme, *i.e.* le même en tout point. Les 2 plaques portent des charges opposées, le champ pointe donc du + vers le −.

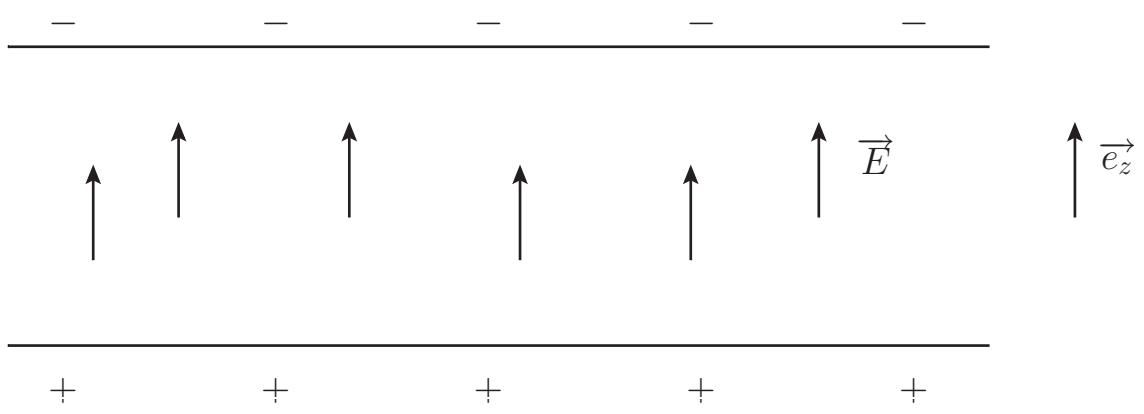


FIG. 3.1 – Champ électrique entre 2 plaques de charges opposées.

En tout point on a

$$\overrightarrow{E} = E_0 \overrightarrow{e_z}. \tag{3.10}$$

Remarque : En théorie, le champ n'est uniforme que si les plaques ont une taille infinie. En pratique, loin des bords c'est une très bonne approximation. Lorsque l'on se rapproche des bords, le champ se déforme, on parle « d'effets de bords »(*cf.* App.A).

3.2 Lignes de champ

Définition : Les lignes de champ sont les courbes telles que, en tout point M, le champ électrique $\overrightarrow{E}(M)$ soit tangent à la ligne de champ.

Intérêt : Lorsqu'une particule est lâchée dans un champ $\overrightarrow{E}$, sa **trajectoire** a tendance à suivre les **lignes de champ**.

Propriété importante : La **densité** de ligne de champ traduit l'amplitude du champ, *i.e.* $||\overrightarrow{E}||$.

Exemples : Champ créé par une particule unique ou champ entre les plaques d'un condensateur (voir Fig. 3.2).

Mise en évidence expérimentale : De la fibre de rayonne en suspension dans de l'huile permet de révéler les lignes de champs *cf.* App.A.

3.3 Mouvement d'une charge dans un champ électrique

Lorsqu'une charge q se déplace dans un champ électrique, elle subit une force. Si celle-ci se trouve au point M, elle ressent la force

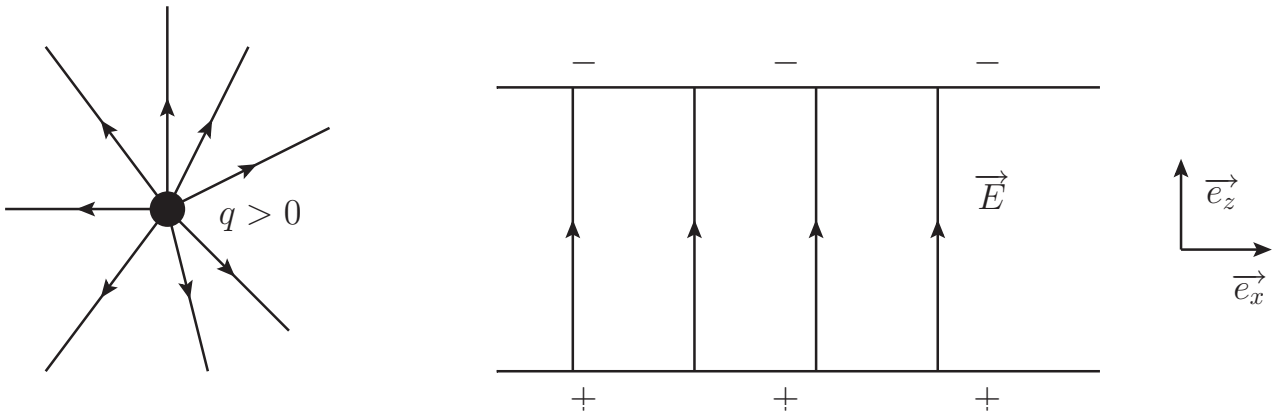


FIG. 3.2 – Exemples de lignes de champ. A gauche, une seule charge ponctuelle. A droite un condensateur.

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{E}(M). \tag{3.11}$$

Cette formule paraît évidente, car c'est ainsi que l'on a défini la notion de champ. Elle est néanmoins capitale.

3.3.1 Champ électrique uniforme

Imaginons que nous engendrons un champ électrique uniforme (le même partout) dans une région de l'espace. C'est notamment le cas entre les plaques d'un **condensateur**. Si l'on y place une particule chargée, quelle est la nature de son mouvement ? On peut lui appliquer la seconde loi de Newton, ou principe fondamentale de la dynamique

$$m\overrightarrow{a} = m\frac{d^2\overrightarrow{r}}{dt^2} = q\overrightarrow{E}. \tag{3.12}$$

On se rappelle que $\overrightarrow{E}$ ne dépend pas du point où se trouve la particule. Elle subit donc une force **uniforme**. Mais on connaît ce type de mouvement, c'est celui d'un objet lâché dans un champ de pesanteur. On choisit l'axe z tel que $\overrightarrow{E}$ soit parallèle à Oz. Grâce aux résultats obtenus en cours de mécanique, on en déduit

$$z(t) = \frac{1}{2}\frac{qE}{m}t^2 + v_0 t + z_0, \tag{3.13}$$

$$v(t) = \frac{qE}{m}t + v_0. \tag{3.14}$$

v_0 et z_0 sont respectivement la vitesse initiale et la position initiale. La trajectoire sera généralement une parabole, et dans beaucoup de cas, rectiligne accélérée.

Remarque : Contrairement au cas d'une chute libre, la vitesse **dépend** de la masse. Un objet plus lourd se déplace moins dans un même champ électrique. Son **inertie** est plus grande.

Chapitre 4

potentiel électrostatique

4.1 Introduction

Revenons au début du chapitre précédent. Pour étudier une répartition de charges, on utilisait une particule test et on mesurait la **force** que celle-ci subissait. Mais rappelons-nous de nos cours de mécanique. Un mouvement peut aussi être étudié d'un point de vue **énergétique**. En effet, si la force ne dépend que du point où on se trouve, et dérive d'une énergie potentielle, **l'énergie mécanique** est toujours conservée. Ceci s'écrit

$$E_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}mv^2 + E_{\mathrm{p}}(x,y,z) = cste. \tag{4.1}$$

La force que subit la particule est reliée à l'énergie potentielle par

$$\overrightarrow{F}(x,y,z) = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}E_{\mathrm{p}} = -\frac{\partial E_{\mathrm{p}}}{\partial x}\overrightarrow{e_x} - \frac{\partial E_{\mathrm{p}}}{\partial y}\overrightarrow{e_y} - \frac{\partial E_{\mathrm{p}}}{\partial z}\overrightarrow{e_z}. \tag{4.2}$$

Mais dans notre cas, la particule subit une force exprimée via le champ électrique

$$\overrightarrow{F}(x,y,z) = q\overrightarrow{E}(x,y,z). \tag{4.3}$$

Donc l'énergie potentielle électrostatique associée sera de la forme

$$E_{\mathrm{pe}} = qV(x,y,z). \tag{4.4}$$

V est appelé le potentiel électrostatique. Il s'exprime en Volt et constitue une autre façon de caractériser les propriétés électrostatiques d'une répartition de charges.

4.2 Calcul du potentiel

4.2.1 Cas général

De par la définition introduite précédemment, on peut écrire le lien entre potentiel et champ électrique :

$$\overrightarrow{E}(x,y,z) = -\overrightarrow{\mathrm{grad}}V. \tag{4.5}$$

Remarque 1 : Connaître le potentiel électrostatique est équivalent à connaître le champ électrique.

Remarque 2 : Par contre, les calculs et l'interprétation diffèrent. On pourra donc adopter un point de vue ou l'autre selon la situation.

Remarque 3 : Tout comme l'énergie potentielle, le potentiel électrique est défini à une constante près.

De plus, ce lien entre $\overrightarrow{E}$ et V permet de montrer que les propriétés fondamentales du champ électrique sont aussi vraies pour le potentiel :

1. Principe de superposition
$$V(M) = V_1(M) + V_2(M) \tag{4.6}$$
2. Symétrie positive
$$V(M) = V(M'). \tag{4.7}$$
3. Symétrie négative
$$V(M) = -V(M'). \tag{4.8}$$

4.2.2 Cas simples

Souvent, la répartition de charges est telle que le problème est essentiellement unidimensionel. Dans ce cas, l'expression du gradient est beaucoup plus simple, et se ramène au calcul d'une dérivée. On prendra cependant garde au vecteur qui définit le champ.

Configuration rectiligne

La configuration est rectiligne si le champ et le potentiel ne dépendent que d'une direction. Supposons par exemple qu'il s'agisse de la direction x (mais le principe est identique pour z ou y). Cela signifie que le potentiel ne dépend que de x, et que le champ ne dépend que de x **et** est suivant la direction $\overrightarrow{e_x}$. Le lien entre les deux est alors

$$\overrightarrow{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\overrightarrow{e_x}. \tag{4.9}$$

Configuration radiale

La configuration est radiale si le champ et le potentiel ne dépendent que de la distance à l'origine. C'est notamment le cas s'il n'y a qu'une seule particule ponctuelle, comme on le verra dans l'exemple suivant. Le lien entre V et $\overrightarrow{E}$ est alors

$$\overrightarrow{E} = -\frac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{e_r}. \tag{4.10}$$

r étant la distance au centre et $\overrightarrow{e_r}$ le vecteur unitaire radial.

4.2.3 Potentiel créé par 1 charge

Une charge unique située en A produira un potentiel électrostatique

$$V(M) = k\frac{q_A}{r}, \tag{4.11}$$

avec bien sur $r = ||\overrightarrow{AM}||$. En effet, si l'on calcule le champ électrique associé on trouve :

$$\overrightarrow{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}V = -\frac{\partial V}{\partial r}\overrightarrow{e_r} = k\frac{q_A}{r^2}\overrightarrow{e_r}. \tag{4.12}$$

On retrouve donc bien la loi de Coulomb.

4.2.4 Potentiel créé par plusieurs charges

Grâce à la formule du potentiel pour une seule charge et au principe de superposition, on trouve aisément le potentiel pour N charges en les A_i :

$$V(M) = \sum_{i=1}^{N} k\frac{q_i}{||\overrightarrow{A_iM}||}. \tag{4.13}$$

On peut également montrer ce résultat en dérivant la formule précédente, mais le calcul est plus compliqué.

4.2.5 Exemple du condensateur

Lorsqu'on met en regard 2 plaques infinies (*i.e.* suffisamment grandes) de charges opposées, le champ est **uniforme** entre les 2 plaques (voir Fig. 3.1).

$$\overrightarrow{E} = E_0\overrightarrow{e_x}. \tag{4.14}$$

On en déduit que le potentiel y est **linéaire**,

$$V(x) = E_0 x. \tag{4.15}$$

La tension entre les plaques, c'est-à-dire la différence de potentiel, vaut

$$U = V_B - V_A = E_0\ell, \tag{4.16}$$

Ou ℓ est la distance entre les plaques.

4.2.6 Surfaces équipotentielles

Définition : Les surfaces équipotentielles sont les ensembles de points tels que

$$V(x, y, z) = cste. \tag{4.17}$$

Propriété 1 : Sur une telle surface, une particule n'aura pas de « point préféré », elle tendra au contraire à quitter cette surface vers une autre de plus bas niveau (*i.e.* de plus bas V).

Propriété 2 : En tout point, les surfaces équipotentielles sont **orthogonales** aux lignes de champ.

Remarque : Contrairement aux lignes de champ, les surfaces équipotentielles ne sont **pas** orientées.

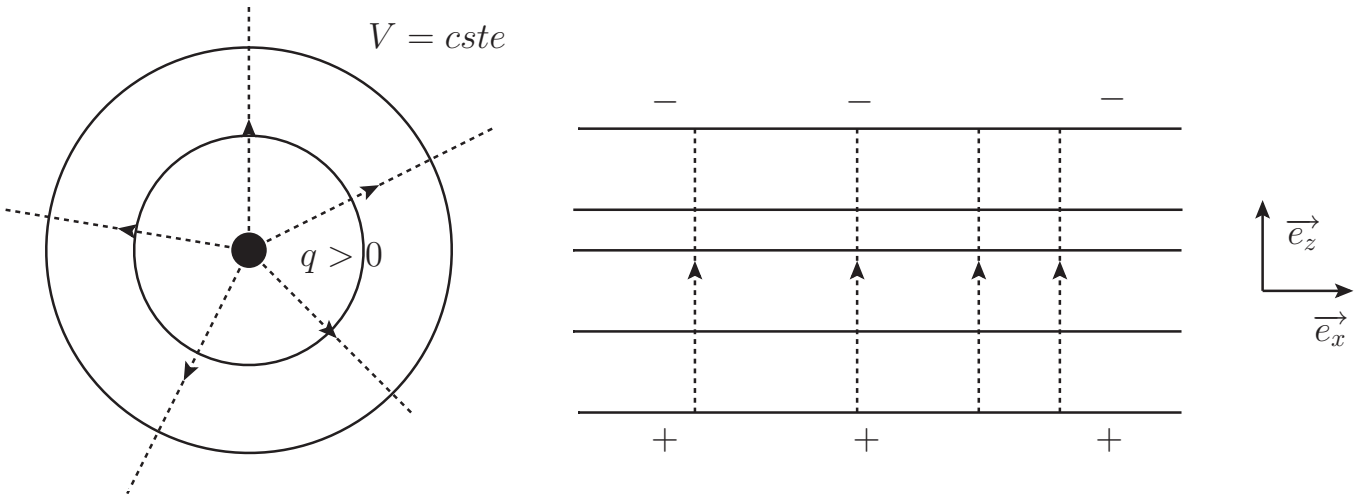


FIG. 4.1 – Exemples de surfaces équipotentielles (traits pleins). A gauche, une seule charge ponctuelle. A droite un condensateur. En pointillés, sont représentées les lignes de champ.

4.3 Dynamique dans un potentiel électrostatique

Comme introduit au début du chapitre, dans un potentiel électrostatique, une particule possède une énergie mécanique

$$E_{\mathrm{m}} = \frac{1}{2}mv^2 + qV(x, y, z). \tag{4.18}$$

Une particule a toujours tendance à minimiser son énergie potentielle. Une charge positive aura donc tendance à se diriger vers les zones de plus faible potentiel (comme dans un potentiel de pesanteur). Réciproquement, une charge négative se dirige vers les zones de fort potentiel. On peut également retrouver l'équation complète du mouvement en calculant le champ électrique et en déduisant la force de Coulomb.

Ceci explique qu'une **tension** (entre 2 points) induit un **déplacement** des charges libres, et donc un **courant**.

Chapitre 5

Magnétisme

5.1 Premiers pas

5.1.1 Aimant

Un aimant est constitué d'un pôle Nord et d'un pôle Sud. Lorsque l'on approche 2 aimants, ils interagissent selon les pôles mis en regard. Ils obéissent à la loi

- 2 pôles Nord se repoussent,
- 2 pôles Sud se repoussent,
- un pôle Nord et un pôle Sud s'attirent.

Ceci n'est pas sans rappeler la force électrostatique. On est donc tenté de penser qu'un aimant n'est rien d'autre qu'une « charge »magnétique Nord collée à une « charge »magnétique Sud. En fait cette idée ne fonctionne pas à cause de la propriété suivante :

Si on coupe un aimant en 2, on se retrouve avec 2 aimants possédant chacun un pôle Nord et un pôle Sud. Ceci prouve que la notion de « charge »magnétique n'existe pas. Un aimant est ce qu'on appelle un **dipôle**.

5.1.2 La boussole

Une boussole est une petite tige en métal capable de pivoter sur un axe, et pointant dans une certaine direction. En pratique, une boussole indique la direction du « nord terrestre ». Cependant, on constate que si l'on approche un aimant, la tige pivote et se met à pointer en direction du pôle Nord de l'aimant. En fait l'aiguille d'une boussole est magnétisée. C'est donc elle-même un aimant, son pôle Sud est donc attiré par le pôle Nord de l'aimant. C'est le pôle Sud qui montre la direction.

Pourquoi la boussole indique-t-elle le nord terrestre alors ? En fait la Terre est un gigantesque aimant. Le pôle Nord de la boussole pointe en direction du pôle Nord géographique de la Terre. Il faut bien faire attention, le **pôle Nord géographique** est en fait le **pôle Sud magnétique**. En effet, le pôle Nord d'une boussole est attiré par le pôle Sud magnétique de la Terre, mais pointe vers le Nord géographique.

Remarque : En réalité, le pôle magnétique de la Terre ne coïncide pas avec le pôle Nord géographique (défini par l'axe de rotation de la Terre). Il y a une inclinaison entre les 2 axes.

5.1.3 Electroaimant

Dans les années 1820, le physicien Oersted découvrit qu'il était possible de « fabriquer »un aimant avec de l'électricité. Pour ce faire, on prend un cercle d'un fil conducteur et on y fait parcourir un **courant électrique**.

En effet, si l'on met une spire parcourue par un courant en face d'un aimant, il y a interaction. Cette interaction obéit à la même loi que s'il s'agissait de 2 aimants. On conclut donc qu'un cercle de courant se comporte exactement comme un aimant du point de vue magnétique.

Plus généralement, on peut montrer que tout **courant électrique** interagit avec un aimant ou une boussole. Ceci est notamment mis en évidence par l'expérience d'Oersted. C'était la naissance de **l'électroaimant**.

5.2 Champ magnétique

5.2.1 définition

Il est possible de comprendre l'interaction entre aimants et courants exactement comme pour l'interaction électrique. En effet de la même manière qu'une répartition de charges crée un champ électrique autour de lui, un aimant ou un courant génère un **champ magnétique** dans l'espace qui l'entoure.

Le champ magnétique se note usuellement $\overrightarrow{B}(M)$. Son intensité s'exprime en Tesla noté T.

Exemple : le champ magnétique terrestre est d'environ $0,5.10^{-5}T$.

Tout comme la loi de Coulomb, il existe une formule générale qui donne le champ magnétique crée par une certaine distribution de courant. Malheureusement, cette loi, dite de Biot et Savard, est compliquée. Dans ce chapitre, on se contentera donc de formules moins générales et plus qualitatives.

Comme en électrostatique, il y a une constante universelle caractéristique du magnétisme. Il s'agit de la perméabilité magnétique du vide, notée μ_0. Sa valeur est

$$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}\ T.m.A^{-1} \tag{5.1}$$

5.2.2 Lignes de champ

Par définition, en tout point, une boussole s'aligne dans la direction du champ magnétique. Donc si l'on plaçait une petite boussole en chaque point de l'espace, on pourrait matérialiser le champ magnétique. Si l'on relie ces boussoles par des lignes, on voit apparaître les lignes de champs.

Définition : Les lignes de champ magnétique sont les courbes en tout point tangent au champ magnétique $\overrightarrow{B}$.

Cette définition est, bien entendu, la même que pour les lignes de champ électrique. La propriété essentielle des lignes de champ magnétique est :

Propriété : Les lignes de champ magnétique vont **du** pôle Nord **vers** le pôle Sud.

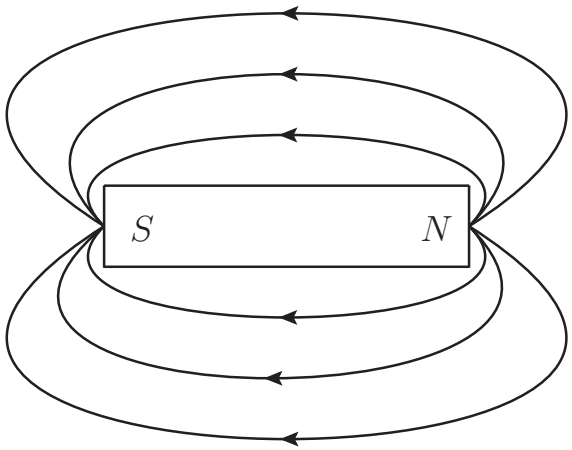


FIG. 5.1 – Exemple : les lignes de champ d'un aimant.

5.2.3 Propriétés mathématiques

Principe de superposition

On considère deux distributions de courant 1 et 2, dont on connaît les champs respectifs $\overrightarrow{B}_1$ et $\overrightarrow{B}_2$. Le champ total est alors donné par

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{B}_1 + \overrightarrow{B}_2. \tag{5.2}$$

Symétries et invariances

Si les sources du champ magnétique, c'est-à-dire la distribution de courant possède une certaine symétrie, le champ magnétique possèdera la même symétrie. Ces propriétés sont tout à fait analogues à celles du champ électrique. On prendra toutefois bien garde au fait que le rôle des symétries positives et négatives est inversé.

On considère donc une symétrie S par rapport à un plan $\mathcal{P}$. En utilisant les mêmes notations qu'au chapitre 3, nous avons les propriétés suivantes

1. Symétrie positive
$$S \cdot \overrightarrow{B}(M) = -\overrightarrow{B}(M'). \tag{5.3}$$
En particulier, en tout point M **dans** le plan $\mathcal{P}$, $\overrightarrow{B}(M)$ est **perpendiculaire** au plan.

2. Symétrie négative
$$S \cdot \overrightarrow{B}(M) = \overrightarrow{B}(M'). \tag{5.4}$$
En particulier, en tout point M **dans** le plan $\mathcal{P}$, $\overrightarrow{B}(M)$ est **parallèle** au plan.

5.2.4 Exemples importants

On notera que les propriétés du champ magnétique ne se comprennent bien que dans l'espace (*i.e.* en 3 dimensions). Afin de tracer des dessins précis dans le plan, on adoptera une convention pour représenter des vecteurs dans la 3ème dimension. En effet, on représente un vecteur **perpendiculaire** au plan du dessin par

$$\otimes : \text{Pour un vecteur dirigé vers } \textbf{l'arrière} \text{ du dessin.} \tag{5.5}$$

$$\odot : \text{Pour un vecteur dirigé vers } \textbf{l'avant} \text{ du dessin.} \tag{5.6}$$

fil conducteur

On considère un fil infini et rectiligne, axé sur $\overrightarrow{e_z}$ et parcouru par un courant d'intensité I. En tout point, le champ s'écrit

$$\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\overrightarrow{e_\theta}. \tag{5.7}$$

Le sens et la direction du champ peuvent se retrouver par la règle des 3 doigts de la main droite. Le pouce est dans la direction du courant, l'index dans la direction radiale (du fil vers le point considéré) et le majeur dans la direction du champ magnétique.

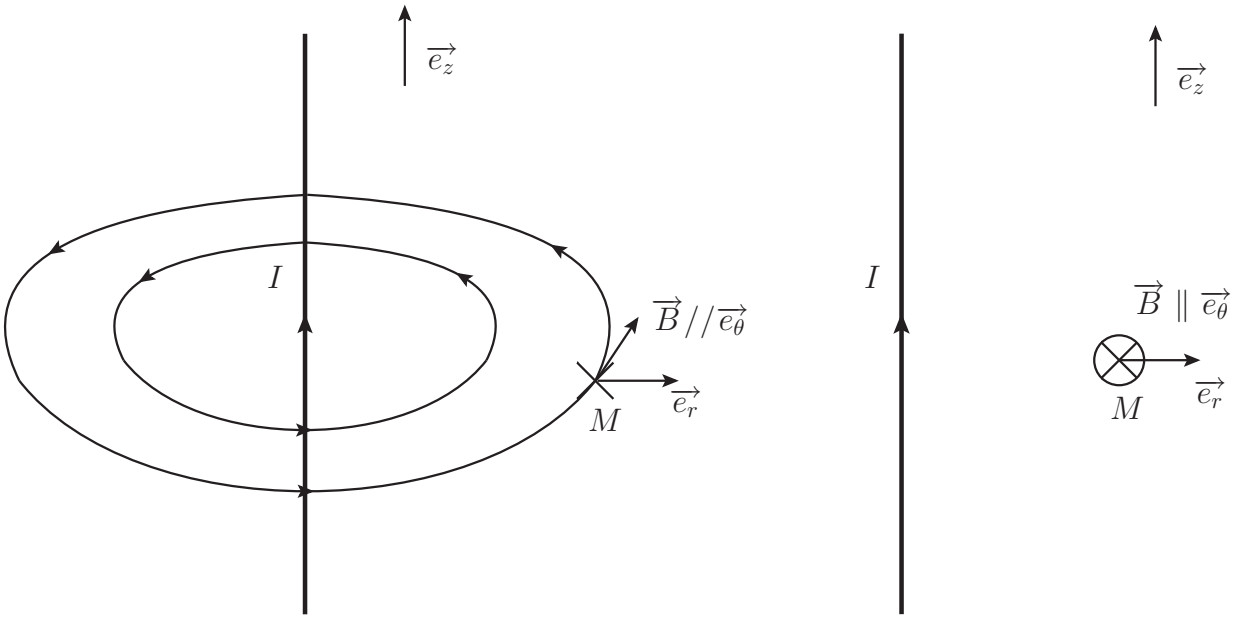


FIG. 5.2 – Champ magnétique créé par un fil rectiligne. A gauche : vue en perspective ; à droite : vue en coupe.

Bobine infinie

On considère une bobine infinie, faite de spires d'axe $\overrightarrow{e_z}$ collées entre elles dans le sens de leur axe. On note n le nombre de spires par unité de longueur. Chacune de ces spires est parcourue par un courant I. Alors le champ à l'intérieur de la bobine est **uniforme** et

$$\overrightarrow{B} = \mu_0 n I \overrightarrow{e_z}. \tag{5.8}$$

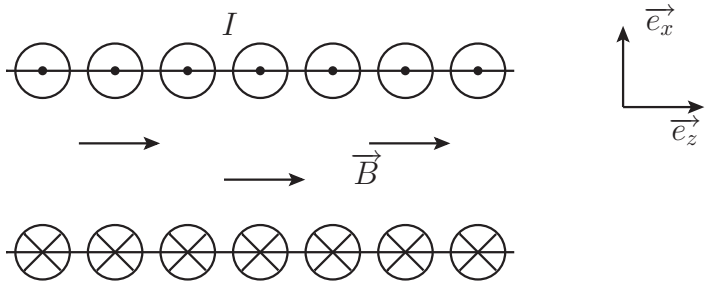


FIG. 5.3 – Champ magnétique créé par une bobine.

Spire de courant

Si le courant tourne autour de l'axe $\overrightarrow{e_z}$ dans le sens direct, le champ au centre O est parallèle à $\overrightarrow{e_z}$. Plus précisément, si la spire est de rayon R, on a

$$\overrightarrow{B}(O) = \frac{\mu_0 I}{2R}\overrightarrow{e_z} \tag{5.9}$$

On prendra garde au fait que cette expression n'est valable qu'en **un point**. En effet, pour la boucle de courant, seul le champ en O a une expression simple. Le champ partout ailleurs a une forme différente, comme en atteste les lignes de champ représentées sur la figure 5.2.4.

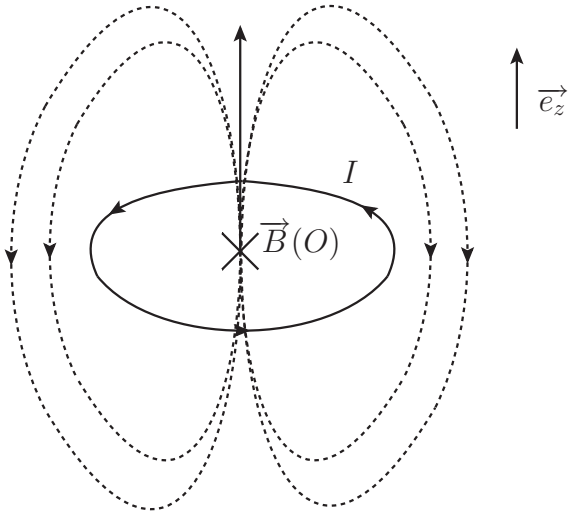


FIG. 5.4 – Champ magnétique au centre d'une boucle de courant. Les lignes en pointillés sont les lignes de champ.

Une propriété essentielle

Lorsque le champ est créé par **un seul** fil parcouru par un courant I, la norme de $\overrightarrow{B}$ est **proportionnelle** au courant.

$$||\overrightarrow{B}|| \propto I. \tag{5.10}$$

5.3 Force magnétique sur une charge

5.3.1 Force de Lorentz

Une charge dans un champ magnétique subit une force de la part de celui-ci, appelée force de Lorentz. Une différence capitale avec la force électrostatique est qu'elle dépend de la vitesse de déplacement de la charge. Mathématiquement, on la décrit à l'aide du produit vectoriel

$$\overrightarrow{F} = q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}. \tag{5.11}$$

Norme

Soit une particule chargée q, se déplaçant à une vitesse $\overrightarrow{v}$ dans un champ $\overrightarrow{B}$. Cette particule ressent une force d'intensité

$$F = |q| \cdot ||\overrightarrow{v}|| \cdot ||\overrightarrow{B}|| \sin(\theta), \tag{5.12}$$

avec $\theta = (\overrightarrow{v}, \overrightarrow{B})$ l'angle entre le vecteur vitesse et le champ magnétique.

Remarque : Si $\overrightarrow{v}$ est parallèle à $\overrightarrow{B}$, la charge ne ressent pas de force, *i.e.* $F = 0$.

Direction

La force de Lorentz est perpendiculaire à $\overrightarrow{v}$ et à $\overrightarrow{B}$. Ceci provient d'une propriété générale du produit vectoriel. Le produit vectoriel de 2 vecteurs est orthogonal à ces 2 vecteurs. Autrement dit, si $\overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v} = \overrightarrow{w}$ alors $\overrightarrow{u} \perp \overrightarrow{w}$ et $\overrightarrow{v} \perp \overrightarrow{w}$.

Sens

Le triplet $(q\overrightarrow{v}, \overrightarrow{B}, \overrightarrow{F})$ forme un trièdre **direct**. Par définition :
- Trièdre direct : Doigts de la main droite,
- trièdre indirect : Doigts de la main gauche.

5.3.2 Mouvement d'une charge dans un champ magnétique uniforme

Dans un champ magnétique uniforme $\overrightarrow{B} = B_0\overrightarrow{e_z}$, une particule chargée q décrit un mouvement **circulaire uniforme**. Si $q > 0$, elle tourne dans le sens **indirect**[1], si $q < 0$, dans le sens **direct**. Le rayon du cercle R et la vitesse angulaire sont données par

$$R = \frac{mv_0}{qB_0}, \tag{5.13}$$

$$\omega_c = \frac{qB_0}{m}. \tag{5.14}$$

ω_c est appelé pulsation cyclotron. On remarque que le rayon dépend des conditions initiales, de la vitesse en fait. Par contre la vitesse angulaire ne dépend pas des conditions initiales, mais uniquement des propriétés de la particule et du champ.

[1] *i.e.* sens des aiguilles d'une montre

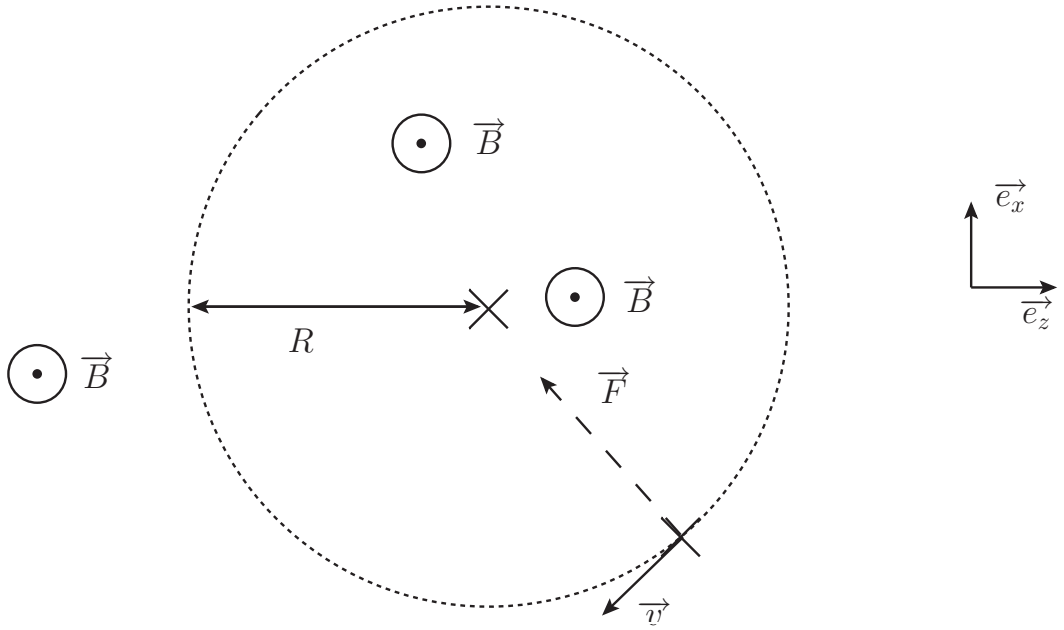


FIG. 5.5 – Trajectoire d'une particule chargée positivement dans un champ magnétique uniforme.

5.3.3 Energie

On a vu que la force magnétique est toujours perpendiculaire à $\overrightarrow{B}$. Ceci implique que celle-ci **ne travaille jamais**. En effet, lors d'un petit déplacement $\Delta\overrightarrow{r}$, le travail fourni par la force $\overrightarrow{F}$ est

$$W = \overrightarrow{F}.\Delta\overrightarrow{r}. \tag{5.15}$$

La puissance fournie à l'instant t est donc

$$\mathcal{P}(t) = \overrightarrow{F}.\overrightarrow{v} = (q\overrightarrow{v} \wedge \overrightarrow{B}).\overrightarrow{v} = \overrightarrow{0}. \tag{5.16}$$

Le champ magnétique ne transmet donc aucune énergie. L'énergie cinétique d'une charge dans un champ magnétique reste conservée tout au long du mouvement.

5.4 Aimantation de la matière

5.4.1 Modèle de Bohr

On modélise ici l'atome le plus simple : celui de l'hydrogène. En effet, ce dernier est constitué simplement d'un proton et d'un électron tournant autour.

On suppose que le mouvement de l'électron décrit un cercle de rayon a_0. Ce paramètre est appelé rayon de Bohr et peut être déterminé par la mécanique quantique. Puisque l'électron est chargé, en tournant autour du noyau, il décrit un cercle et fait circuler un courant. L'atome de Bohr est donc analogue à une spire de courant. L'intensité est la charge passant par un point du cercle par unité de temps. On a donc :

$$I = \frac{e\omega}{2\pi}, \tag{5.17}$$

ω étant la vitesse angulaire. Reste à déterminer cette dernière. Rappelons que le mouvement de l'électron n'est pas rectiligne uniforme, il subit donc une force qui lui permet de garder une trajectoire circulaire. Cette force n'est rien d'autre que l'attraction électrostatique due au proton. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à l'électron, il vient donc

$$m\overrightarrow{a} = -k\frac{e^2}{a_0^2}\overrightarrow{e_r}. \tag{5.18}$$

Le mouvement étant circulaire uniforme (ω constant), l'accélération est radiale

$$\overrightarrow{a} = -a_0\omega^2\overrightarrow{e_r}. \tag{5.19}$$

On en déduit la vitesse angulaire de l'électron

$$\omega = \frac{e}{a_0}\sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{5.20}$$

On peut alors calculer le courant associé

$$I = \frac{e^2}{2\pi a_0}\sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{5.21}$$

Bien que faible, ce courant n'est pas négligeable $I \simeq 2.10^{-6}A$.

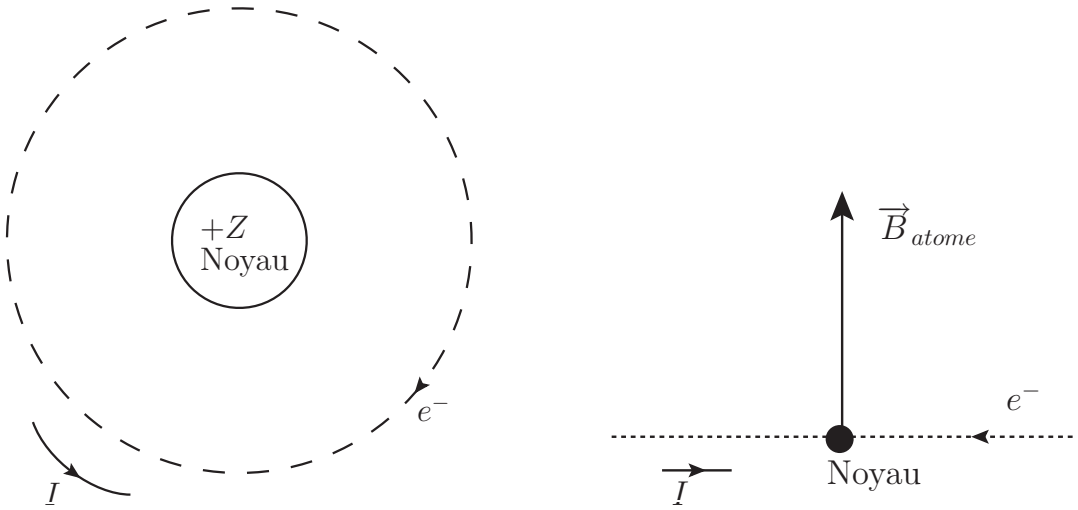


FIG. 5.6 – Modèle de Bohr de l'atome d'Hydrogène. A gauche, trajectoire de l'électron vue du dessus. A droite, vue latérale, représentation du champ magnétique induit.

Conclusion : A cause du mouvement de l'électron, l'atome crée un champ magnétique. Bien sûr ce modèle est très imparfait. Mais si un modèle réaliste donne lieu à des équations très compliquées, la conclusion *qualitative* reste essentiellement inchangée. **Un atome se comporte comme une mini spire de courant, donc comme un mini aimant**.

Mais la spire formée par l'atome est minuscule, car $a_0 \simeq 50pm$. Il en résulte que le champ magnétique créé par un tel atome est ridiculement faible, à une distance macroscopique, par

exemple $1cm$, on a déjà $B \sim 10^{-28}T$...

Il faut cependant se rappeler que la matière contient usuellement des milliards et des milliards d'atomes (typiquement 10^{23} !). Quelle est donc la **résultante** de toutes ces minuscules spires ?

5.4.2 Matière ordinaire

La matière est généralement composée d'un grand nombre N d'atomes. Chacun crée un petit champ magnétique propre, le champ total est donc obtenu par somme de toutes ses contributions (principe de superposition).

$$\overrightarrow{B} = \sum_{i=0}^{N} \overrightarrow{B}_i. \tag{5.22}$$

Ordinairement, la matière est désordonnée à cause de l'agitation thermique. Donc les électrons forment des orbites dans toutes les directions possibles. Il en résulte que chaque $\overrightarrow{B}_i$ pointe dans une direction différente. La somme sera donc essentiellement nulle.

$$\overrightarrow{B} = \overrightarrow{0}. \tag{5.23}$$

Ceci explique qu'une matière quelconque n'engendre généralement pas de champ magnétique.

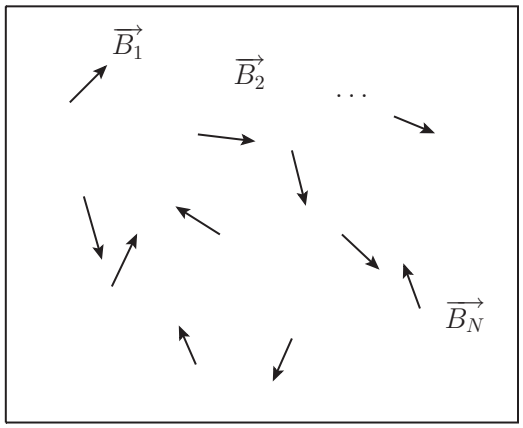


FIG. 5.7 – Matière ordinaire. Tous les champs magnétiques sont désordonnés, la résultante est donc nulle.

Ceci est parfaitement analogue au phénomène de neutralité de la matière : microscopiquement, tous les atomes contiennent des charges, mais macroscopiquement la somme de ces charges s'annule et la matière reste neutre.

5.4.3 Matière aimantée

Certains matériaux peuvent posséder une propriété particulière. Les atomes, ou plus exactement leur champ magnétique propre, auront tendance à **s'aligner**. Toutes les contributions atomiques pointant dans la même direction (disont $\overrightarrow{e_z}$), la somme est cette fois non nulle :

$$\overrightarrow{B} = \sum_{i=0}^{N} B_i \overrightarrow{e_z} = N B_0 \overrightarrow{e_z}. \tag{5.24}$$

Ces matériaux vont donc spontanément créer un champ magnétique, analogue à un aimant. En fait, il ne s'agit pas d'une analogie, ces matériaux (dits férromagnétiques) sont des aimants !

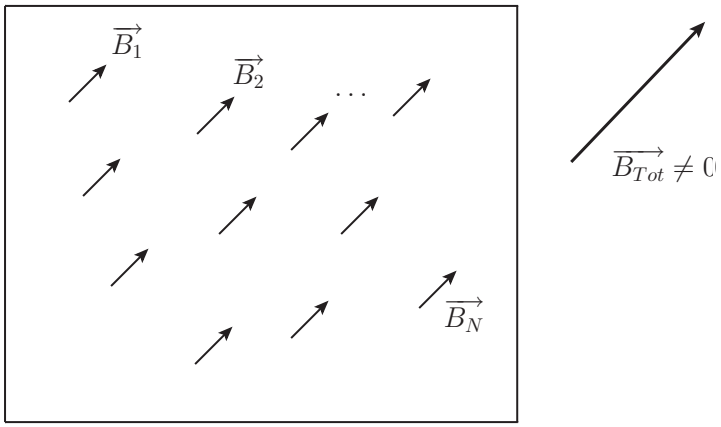


FIG. 5.8 – Matière aimantée. Tous les champs magnétiques de chaque atome s'alignent.

Dans notre modèle, $N \sim 10^{23}$, donc un aimant formé par ces atomes créerait, à $1cm$ de lui un champ de l'ordre de

$$B \sim 10^{-5}T. \tag{5.25}$$

C'est assez faible mais suffisant pour être macroscopiquement détectable, c'est de l'ordre du champ terrestre. En fait notre modèle est trop simple pour bien décrire la réalité. D'abord l'hydrogène n'est pas ferromagnétique, de plus la description de l'atome est incomplète car il faudrait faire appel à la physique quantique. En particulier, la contribution principale du champ propre d'un atome ne vient pas des mouvements des électrons, mais d'une propriété purement quantique appelée **spin**. Néanmoins, ce modèle s'avère suffisant pour comprendre qualitativement la différence entre matériaux aimantés ou non.

Annexe A

Mise en évidence expérimentale d'un champ électrique

(Ces photos sont extraites du livre "Physique" de E. Hecht, Editions De Boeck Supérieur (1999).)

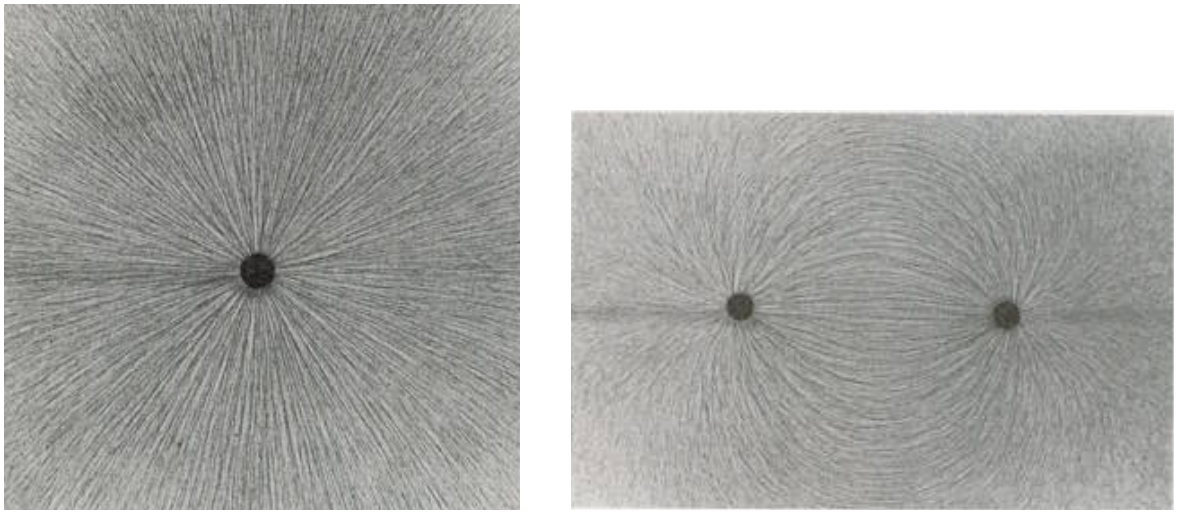


FIG. A.1 – Des fibres de rayonne en suspension dans l'huile révèlent la configuration des lignes de champ électrique. A gauche, le champ crée par une particule chargée ; à gauche, par 2 charges de signes opposés (dipôle).

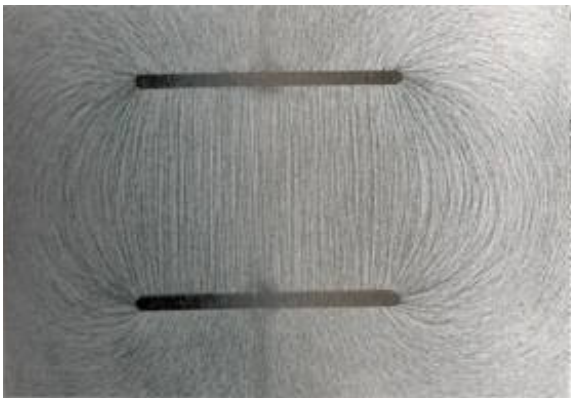


FIG. A.2 – Un condensateur plan est formé par 2 plaques conductrices de charges opposées. Le champ électrique est uniforme à l'intérieur et au milieu des plaques. Sur les bords, les lignes de champ sont déformées.

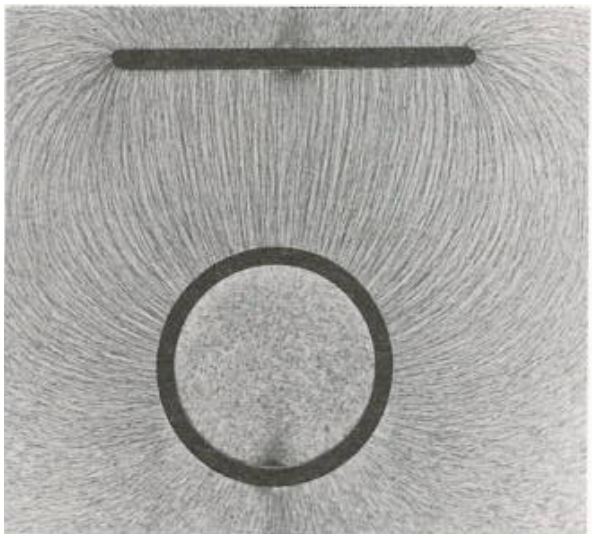


FIG. A.3 – Le champ de 2 conducteurs parfaits chargés est révélé. Les lignes de champ sont toujours perpendiculaires à la surface des conducteurs. A l'intérieur du conducteur circulaire, on ne voit aucun champ : c'est l'effet d'écran.